L.Taher El Hadded El Hamma **Devoir de Synthèse N°2** **Niveau 4eme**
Année scolaire 2009/2010 **durée : 3 heures** **Section : S.Exp**

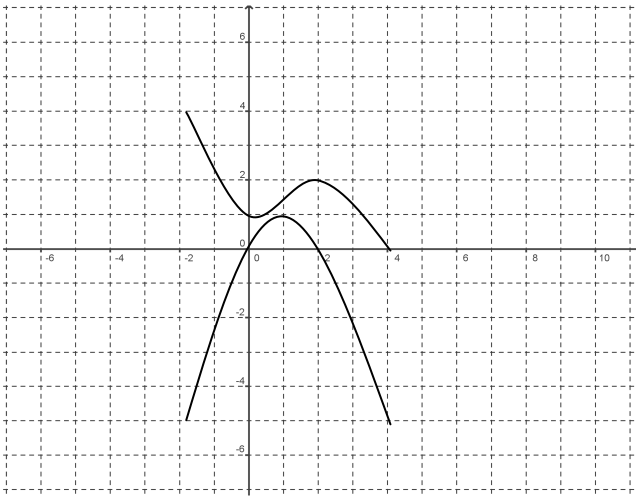
NB : - Il sera tenu compte de la rédaction et la rigueur de raisonnement.
- Tout résultat parachuté sera compté faux

Exercice n°1 : (3pts)

(C) et (θ) sont les représentations graphiques

d'une fonction f définie et continue sur [-2,4] et d'une primitive F et f sur [-2,4]

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse :



1) La courbe (θ) est la représentation graphique de f.

2) f oF est croissante sur[0,2]

3) l'aire en u.a de la partie du plan limitée

par la courbe (C) , l'axe des abscisses

et les deux droites d'équations x = 0 et x =2

est $\int_0^2 f(t)dt = 1$.

Exercice n°2 : (5pts)

On pose $I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 3x\, dx$ *et* $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{6}} x^n \sin 3x\, dx$, n IN*

1) a- Calculer I_0 *puis à l'aide d'une intégration par parties Calculer* I_1 *b- En effectuant deux intégrations par parties successives Montrer que pour n , 1*

$$9I_{n+2} +(n+1)(n+2)\, I_n = (n+2)\left(\frac{\pi}{6}\right)^{n+1}$$

c- Vérifier que $I_3 = \frac{\pi^2}{108} - \frac{2}{27}$

2) a- Etudier la monotonie de la suite (I_n)

b- Pour tout $n \in IN^*$ *, Comparer* I_n *et* $\int_0^{\frac{\pi}{6}} x^n\, dx$

c- Déterminer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$

Exercice n°3 :(6pts)

Soit la fonction définie sur IR par $f(x) = 1+\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ *et C sa courbe dans un repère orthonormée* $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ $(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\|$ *= 2cm)*

1) a- Montrer que f est dérivable sur IR et que pour tout $x \in IR$, $f'(x) = \frac{2}{\left(\sqrt{1+x^2}\right)^3}$.

b- Dresser le tableau de variation de f.